

# **Einführung in die Theoretische Informatik**

## **Tutorium – Woche 6**

**Esther Ney**

Sommersemester 2025

## Zulip

Für die diesjährige THEO-Vorlesung wurden **inoffizielle** Streams auf der ZULIP-Instanz der TUM INFORMATIK erstellt. Dieser wird von den meisten Tutor\*innen, aber nicht von PROF. ALBERS gelesen; wir versuchen natürlich trotzdem, organisatorische Fragen bei Bedarf weiterzuleiten. Man kann mich dort auch in Direktnachrichten anschreiben.

- Tutorin: ESTHER NEY
- Tutorien: Dienstag 16-18 (Di-16-2) und Donnerstag 16-18 (Do-16-1)
- E-Mail: [esther.ney@tum.de](mailto:esther.ney@tum.de)
- Aufbau einer Tutorstunde: kurze Wiederholung wichtiger Definitionen und Lemmata, dann selbständiges Bearbeiten der Aufgaben
- Folien: auf ZULIP oder <https://reflect.moe/uni/theo25/>

## Disclaimer

### Hinweis

Diese Folien sind keine offizielle Musterlösung und dienen lediglich als zusätzliches Material für die Nachbereitung der Tutorien.

Tutorienlösungen können fehlerhaft sein.

Im Zweifel gilt immer das, was in den offiziellen Vorlesungsfolien und in der Musterlösung steht.

### Urheberrechtlicher Hinweis

Die Folien sind nur für die Teilnehmer der entsprechenden Tutorien gedacht und dürfen nicht ohne die ausdrückliche Erlaubnis der Urheber vervielfältigt oder weitergegeben werden. Das Urheberrecht zu den Aufgaben liegt bei den Aufgabenerstellern.

## Definition 4.2 – Kontextfreie Grammatik (CFG, *context-free grammar*)

Wir sagen, dass eine Grammatik  $G := (V, \Sigma, P, S)$  *kontextfrei* ist, wenn  $|P| < \infty$  und  $P \subseteq V \times (V \cup \Sigma)^*$  gilt.

Bemerkung: Wir erlauben, dass  $S$  und  $\varepsilon$  auf der rechten Seite einer Produktion stehen.

Gilt nämlich  $A \rightarrow XSY$  und  $S \rightarrow \alpha \mid \beta \mid \varepsilon$ , können wir  $A \rightarrow XSY$  mit  $A \rightarrow X\alpha Y \mid X\beta Y \mid XY$  ersetzen. Gilt weiter  $A \rightarrow \alpha \mid \beta \mid \varepsilon$  mit  $A \neq S$ , so können wir alle Produktionen  $B \rightarrow XAY$  mit  $B \rightarrow XAY \mid XY$  und  $A \rightarrow \alpha \mid \beta \mid \varepsilon$  mit  $A \rightarrow \alpha \mid \beta$  ersetzen.

Damit ist diese Definition *äquivalent* zu den Grammatiken von TYP 2 in der CHOMSKY-Hierarchie.

## Definition 4.6 – Kontextfreie Sprache (CFL, *context-free language*)

Wir sagen, dass eine Sprache  $L$  *kontextfrei* ist, wenn eine CFG  $G$  mit  $L = L(G)$  existiert.

## Ableitungen von kontextfreien Grammatiken

### Definition 4.5 – Ableitungen kontextfreier Grammatiken

Wir sagen  $\alpha \rightarrow_G \beta$ , wenn  $\alpha = a_1 a a_2$  und  $\beta = \beta_1 \gamma \beta_2$  mit  $a \rightarrow \gamma \in P$  existiert. Wir nennen  $\alpha \rightarrow_G \beta$  eine *Linksableitung*, wenn  $a_1 \in \Sigma^*$ , also keine Nichtterminale links von  $a$  sind. Diese Konzepte übertragen sich direkt auf  $\rightarrow_G^*$ .

### Definition 4.14 – Syntaxbaum

Ein *Syntaxbaum* für eine Ableitung in einer Grammatik  $G$  ist ein Baum, sodass:

- (i) jedes Blatt ist mit einem Zeichen aus  $\Sigma \cup \{\varepsilon\}$  beschriftet,
- (ii) jeder innere Knoten ist mit einem Zeichen aus  $V$  beschriftet,
- (iii) die Wurzel ist mit  $S$  beschriftet,
- (iv) für (geordnete) Kinder  $a_1, \dots, a_n$  eines Knotens  $V$  gilt:  $V \rightarrow a_1 \dots a_n \in P$ .

### Definition 4.17 – Mehrdeutigkeit, inhärente Mehrdeutigkeit

Wir nennen eine CFG  $G$  *mehrdeutig*, wenn es ein  $w \in L(G)$  gibt, sodass  $w$  zwei Ableitungen mit verschiedenen Syntaxbäumen in  $G$  hat. Wir nennen eine CFL  $L$  *inhärent mehrdeutig*, wenn jede CFG  $G$  mit  $L = L(G)$  mehrdeutig ist.

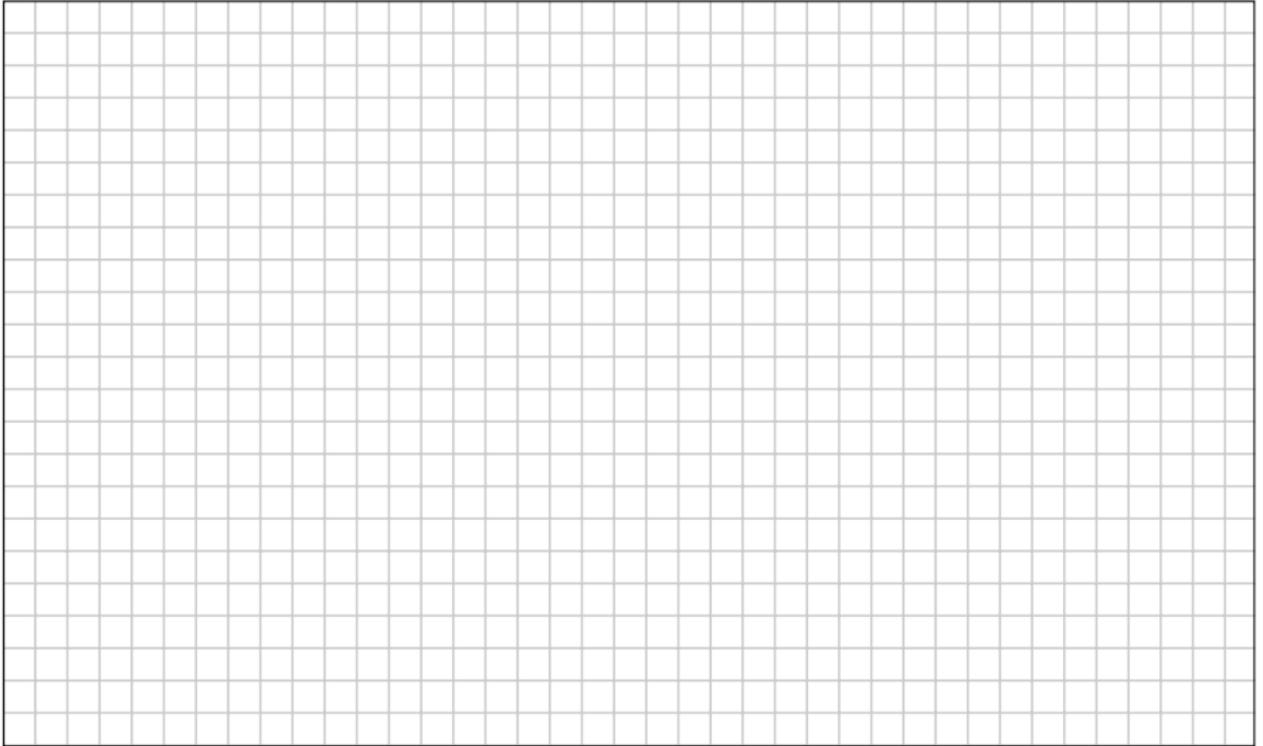
## Vorbereitung

Überprüfen Sie, dass Sie mit den folgenden Begriffen vertraut sind.

- kanonischer Minimalautomat
- kontextfreie Sprache (CFL)
- kontextfreie Grammatik (CFG)
- Syntaxbaum
- Ableitung, Linksableitung
- mehrdeutig, inhärent mehrdeutig



## Aufgabe T6.1



## Aufgabe T6.2

Sei  $G := (\{S, E, O, A, B, X\}, \{a, b\}, P, S)$  die kontextfreie Grammatik (CFG) mit folgenden Produktionen  $P$ :

$$S \rightarrow E \mid O$$

$$E \rightarrow AB \mid BA$$

$$A \rightarrow XAX \mid a$$

$$B \rightarrow XBX \mid b$$

$$O \rightarrow XXO \mid X$$

$$X \rightarrow a \mid b$$

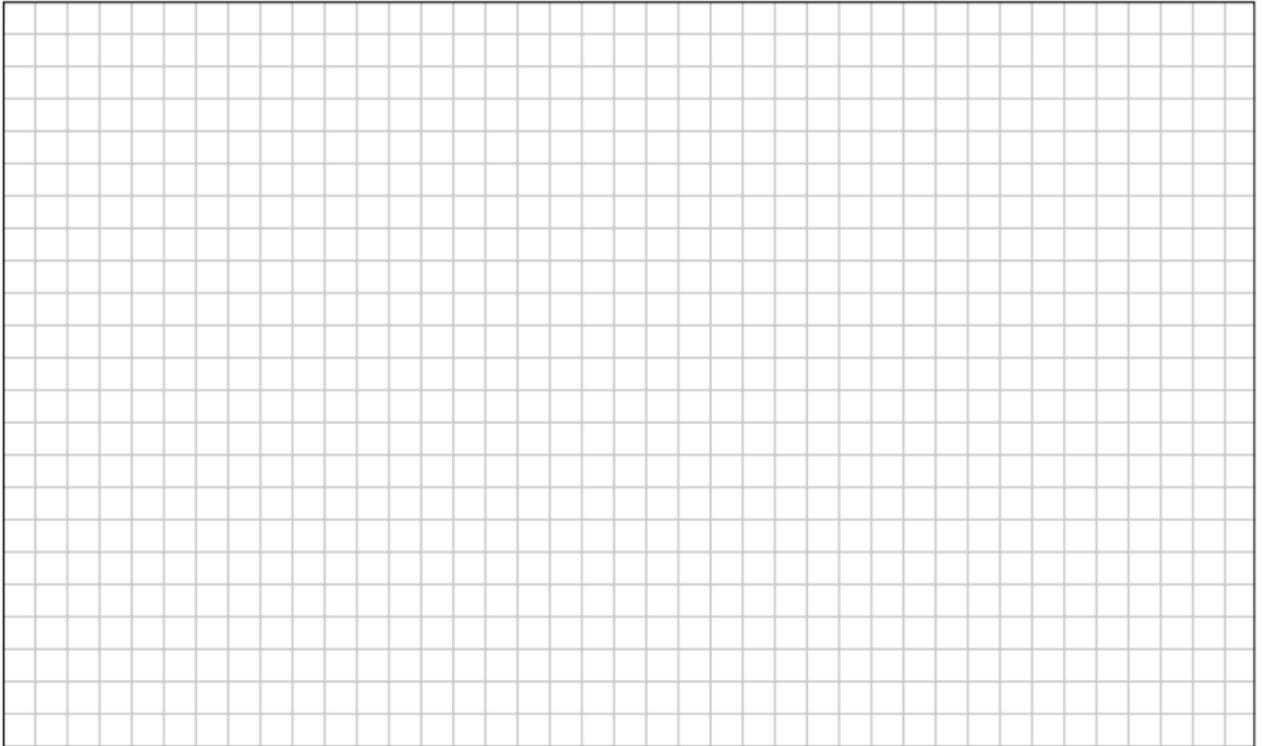
- (a) Analog zur Linksableitung nennen wir eine Ableitung eine *Rechtsableitung*, wenn in jedem Schritt das *rechtste* Nichtterminal ersetzt wird.

Geben Sie für jedes der folgenden Wörter jeweils eine Linksableitung, eine Rechtsableitung, sowie den entsprechenden Syntaxbaum an.

(i) *abaaaa*, (ii) *babab*, (iii) *aabbaaba*

- (b) Geben Sie ein Wort  $w \in L(G)$  mit zwei verschiedenen Syntaxbäumen an.

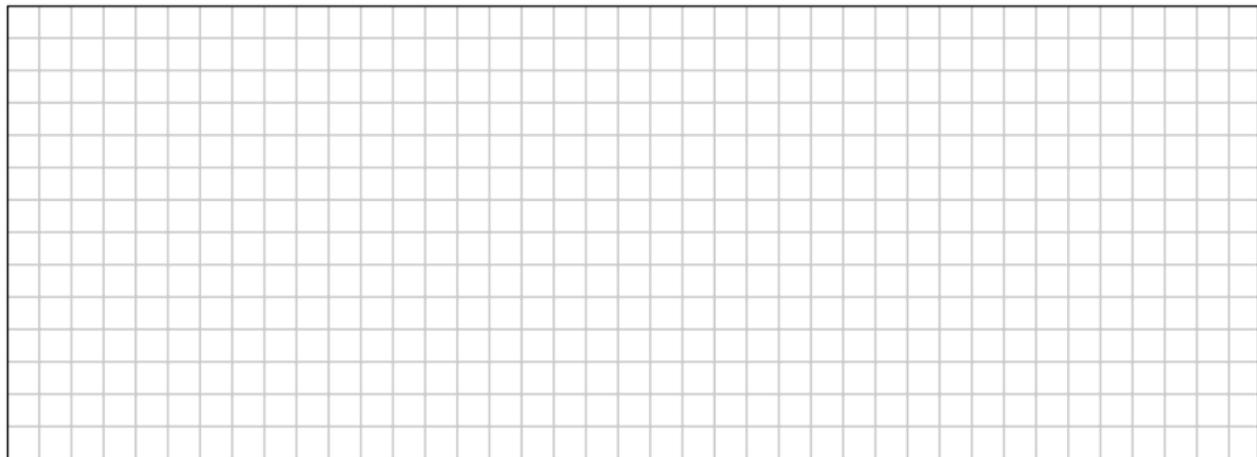
## Aufgabe T6.2



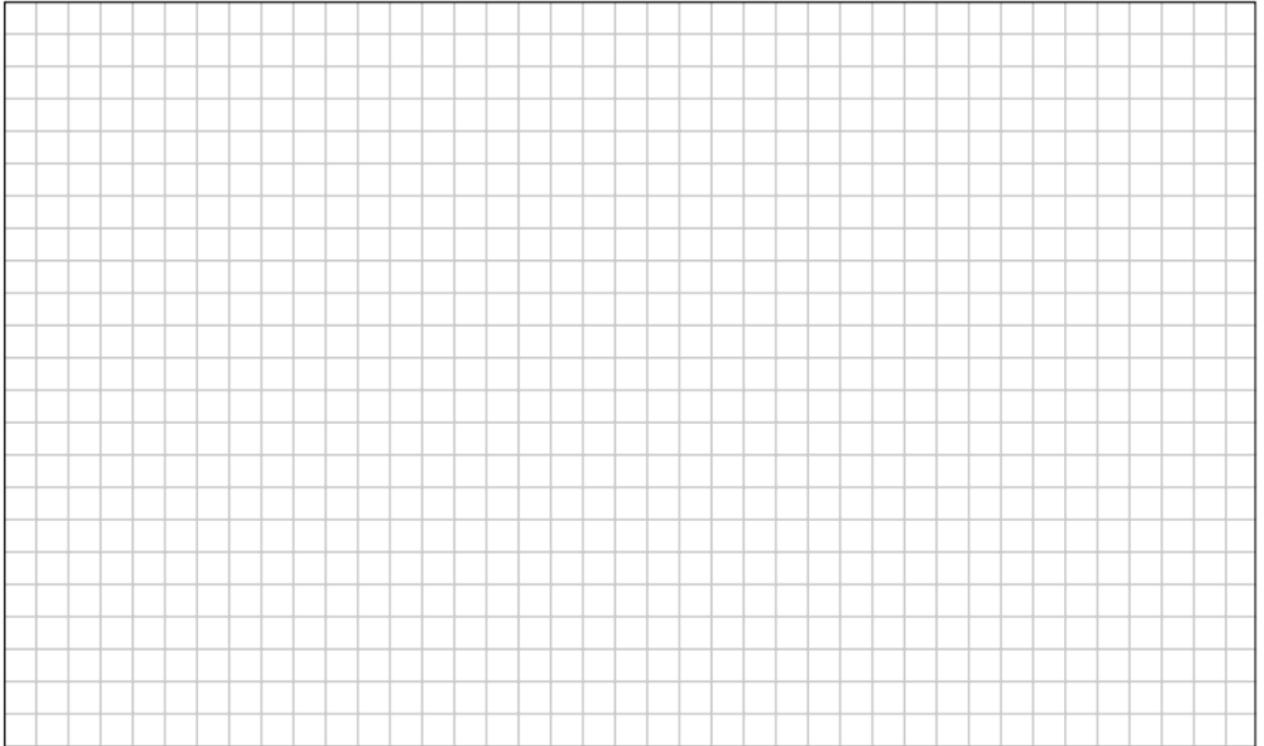
## Aufgabe T6.3

Sei  $L := \{w \in \Sigma^* \mid w = w^R\}$  die Sprache der Palindrome über  $\Sigma = \{a, b\}$ .

- (a) Geben Sie eine Grammatik für  $L$  an.
- (b) Geben Sie eine Grammatik  $G$  für  $\bar{L}$  an.
- (c) Zeigen oder widerlegen Sie:  $L$  ist regulär.
- (d) Zeigen Sie formal, dass  $L(G) = \bar{L}$  gilt.



## Aufgabe T6.3





# Altklausuraufgabe

